

# 《数学大观》

## 十八、祖冲之父子 及其数学思想

主讲人：青课



**南北朝**是中国古代数学的蓬勃发展时期，祖冲之、祖暅父子的工作在这一时期最具代表性。

他们严谨治学，勇于创造，着重进行数学思维和数学推理，在前人刘徽《九章算术注》的基础上前进了一步。



01

## 祖冲之及其学术成就



**祖冲之**（公元429～500），  
字文远，祖籍河北省涿源县人。  
南北朝宋、齐时代的一位杰出的  
数学家、天文学家。



## 1. 著《缀术》、《九章算术注》、《重差注》

《缀术》是我国极为重要的数学著作。祖冲之父子的数学研究成果汇集于他的《缀术》中。这本书极其高深，以至于“学官莫能究其深奥，是故废而不理”。



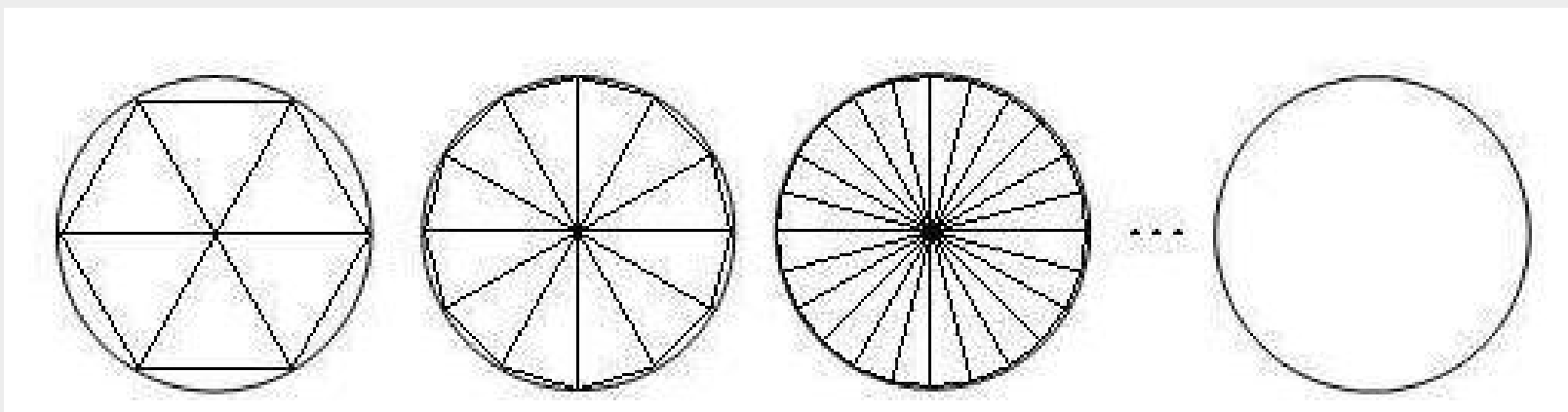
## 2.关于圆周率的计算

据《隋书·律历志》记载，祖冲之确定了圆周率的不足近似值为3.1415926，剩余近似值为3.1415927，这是世界上首次将圆周率精确到小数点后第7位。



据推证，祖冲之运用刘徽“割圆术”算到正24567 ( $=6 \times 2^{11}$ ) 边形而得出的。因此他必须作一百几十次对九位大数的复杂计算（包括开方），并求得 $\pi$ 的“约率”为 $\frac{22}{7}$ ，“密率”为 $\frac{335}{113}$ 。

“密率”在世界上有着独特的地位，在世界上领先一千年。

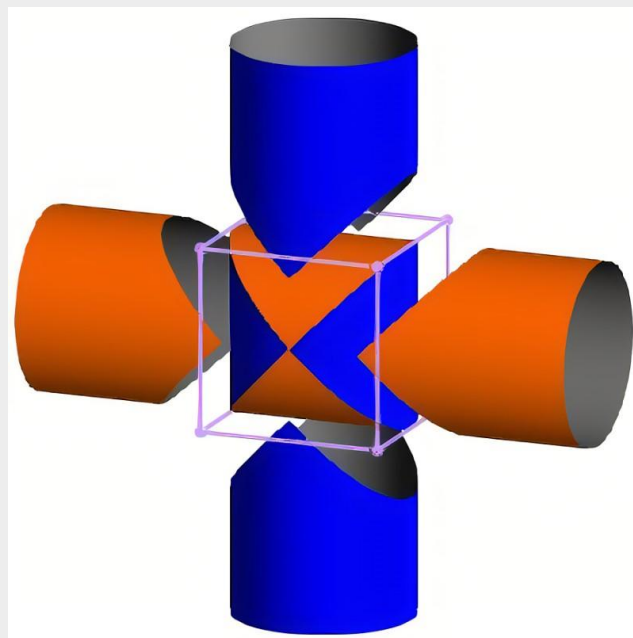




### 3.关于球体积的计算

祖冲之指出刘徽的“牟合方盖”与球体积之比才是方与圆的比，从而更正了《九章算术》中球体积与外切等高圆柱体体积之比等于圆率与方率之比

( $\pi:4$ ) 的错误，还与其子祖暅之一起，巧妙地解决了球体积问题。







#### 4. “开差幂”和“开差立”

祖冲之还研究过“开差幂”和“开差立”问题。“差幂”一词在刘徽注中已经用过，是面积差，“差立”不见记载，以理推之应是体积差。

“开差幂”和“开差立”应是由面积差或体积差反求有关的边长或直径。祖冲之在求解中甚至“兼以正负参之”，可见其研究水平之高。

## 5.在天文历法上成就卓著

祖冲之发现何承天编纂的“元嘉历”误差太大而勇于修改，于大明六年（462年）终于完成《大明历》，书中首次就用了岁差理论，开辟了中国历法史的新纪元。



## 6.在机械制造上多有贡献

祖冲之重造了当时已经失传了的指南车；创制过利用水力舂米、磨面的水碓磨，是当时世界上先进的粮食加工机械；又制造了历史上有名的能日行百余里的“千里船”。



水碓磨

另外，祖冲之对音律、文学、考据等方面也有造诣，他还撰写过文学作品《述异记》十卷，是历史上少有的博学多才的人物。

总之，祖冲之是我国古代杰出的数学家、天文学家和机械制造家。



02

## 祖暅之及其学术成就



**祖暅之**（5~6世纪），又称祖暅，著名数学家、天文学家，祖冲之之子。青年时对数学、天文造诣很深，是祖冲之科学事业的继承人。



## 1.修补编辑《缀术》

《缀术》实际上由祖氏父子共同创造，可惜现已失传。估计《缀术》的内容主要是与《九章算术》各章有关的问题，也可能有若干篇是天文历法的计算问题，其中包括圆周率的计算和球体积公式的推导。



## 2.祖暅原理

刘徽注释《九章算术》时指出球与外切“牟合方盖”的体积比为 $\pi:4$ ，但他未能求出牟合方盖的体积。

祖暅在刘徽工作的基础上推导出球体积公式，并提出两立体等高处截面积相等则两体体积相等（“幂势既同则积不容异”）定理，解决了这个问题，给出了球体积的正确公式。





### 3.天文学上的贡献

祖暅著《漏刻经》、《天文录》等。前者已失传，后者存有残篇。

他曾于公元504年、509年和510年3次上书建议采用祖冲之的《大明历》，终于被梁武帝钦天监采用颁行，实现了父亲的遗愿。

他还亲自监造八尺铜表，测量日影长度，改进了当时通用的计时器——漏壶。



感谢聆听

